

文章编号: 1000-7598-(2003) 05-0764-04

顺层边坡岩体结构的模态幅值研究

杨治林

(西安科技大学 基础课部, 陕西 西安 710054)

摘 要: 针对顺层边坡岩体结构变形的特点, 利用后屈曲能量准则建立了平衡稳定模态幅值方程, 给出了平衡分叉点附近的邻域及边坡坡脚剪切滑动的判据。根据岩体边坡渐进性破坏的机理和流变变形的特征, 分析了可能影响模态幅值的各种因素, 给出了以坡长为控制变量的平衡稳定模态幅值的极值。

关 键 词: 顺层边坡; 后屈曲; 分叉点; 模态幅值

中图分类号: TV 223 **文献标识码:** A

Research on mode amplitude for side slope with stratified rock mass

YANG Zhi-lin

(Department of Basic Courses, Xi'an University of Science & Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: According to deformed specificities for rock mass bedding slope, the mode amplitude equation of equilibrium stability built by energy criterion of post-buckling are used, and nearby region at bifurcation point and cracking criterion at bedding slope end are derived. In accordance with mechanism for progressive failure of rock mass bedding slope and characteristic for rheologic deformation, various possible factors affected mode amplitude are analysed; and extremum of mode amplitude of equilibrium stability is given in the form of slope length.

Key words: bedding rock slope; post-buckling; bifurcation point; mode amplitude

1 引 言

层状边坡岩体的失稳主要表现为溃屈和剪切滑动。岩体结构的溃屈往往具有以板或梁的形式发生屈曲破坏的特征。在岩土工程中, 岩板或岩梁的屈曲实际上并不意味着其承载能力的丧失, 只是岩体结构稳定性发生改变的分叉特征。也就是说, 此类结构屈曲后, 通常仍具有一定的承载能力。剪切滑动随着边坡坡脚处流变位移的增加, 坡体沿着早期发育的结构面而开裂, 是边坡在累进性脱离底层基础上的一种破坏。坡脚处裂缝的扩展是一个非常复杂的物理过程, 其机理因材料性质、温度、应力状态、扩展速度等诸多因素而异, 其研究结果由于上述物理方面的复杂性, 目前, 多数还是局限于小范围屈服条件下的定性分析。

本文在边坡屈曲性态分析的基础上, 进一步研

究分叉点附近的邻域, 试图从另一个角度探讨坡脚处裂缝扩展的判据。针对边坡后屈曲性态的特征, 拟确定岩体结构边坡可能发生溃屈破坏的区间及后屈曲变形模态幅值的极值。

2 边坡岩体结构的屈曲性态

2.1 位移增量泛函及其各阶变分

图 1 所示的顺层边坡岩体, 在与岩层层面平行的两侧未受约束, 边坡的 AB 部分已与下层脱离, 是向外鼓出的弯曲段; BC 部分是可在底层岩石上滑动的下滑段; AD 部分还未与底层岩石脱离, 仅有沿其结构面滑动的趋势。根据文献[1]论证了的用岩梁代替岩板分析层状边坡岩体结构的条件, 图 1 示出的整个边坡岩体结构, 从未挠曲的基本状态, 过渡到挠曲了的后屈曲状态, 其位能增量可用下列泛函表示为

收稿日期: 2002-05-20

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目 (No. 2001SL11)

作者简介: 杨治林, 男, 1957 年生, 教授, 主要从事岩土力学和固体力学方面的教学与研究工作。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{EI}{2(1-\mu^2)} \int_0^l \frac{y''^2}{1-y'^2} dx + q \cos \alpha \int_0^l y dx - \\ & q \sin \alpha \int_0^l (l-x)[1-(1-y'^2)^{1/2}] dx - \\ & P \int_0^l [1-(1-y'^2)^{1/2}] dx \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $q = \gamma h$, 为层状岩体单宽分布载荷; γ 为岩石重度; $P = (\gamma h \sin \alpha - \gamma h \cos \alpha \tan \varphi - C)l_0$, 为单宽下滑力; h 为滑动深度; α 为坡角; φ 为层间摩擦角; C 为粘结力; l_0 为滑动段长度。

将式(1)无量纲化,得

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_0^l \frac{w''^2}{1-w'^2} d\xi + \beta_1 \int_0^l w d\xi - \\ & \beta_2 \int_0^l (1-\xi)[1-(1-w'^2)^{1/2}] d\xi - \\ & \lambda \beta_3 \int_0^l [1-(1-w'^2)^{1/2}] d\xi \end{aligned} \quad (2)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} w = y/l; \quad \xi = x/l; \quad P_k = 8P_l \pi^2 - lq \sin \alpha / 2; \\ P_l = EI / 2l^2 (1-\mu^2); \quad \lambda = P / P_k; \quad \beta_1 = lq \cos \alpha / P_l; \\ \beta_2 = lq \sin \alpha / P_l; \quad \beta_3 = P_k / P_l \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

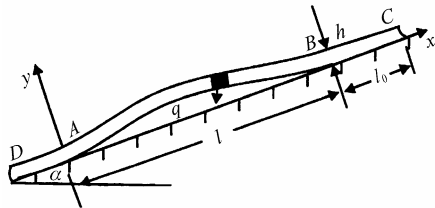


图1 边坡岩体后屈曲力学模型

Fig.1 Mechanical model of post-buckling for rock slope

由于后屈曲阶段的性态完全取决于临界载荷下平衡的稳定或不稳定,而临界点处位能的二阶变分半正定,因此,为了确定上述屈曲性态,必须研究泛函的高阶变分。为此,将式(2)中各被积函数按级数展开,整理并略去 w 四次方以上各项,则得位能增量泛函

$$\Pi = \Pi_2 + \Pi_4 + \Pi_m \quad (4)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \Pi_2 = & \int_0^l [w''^2 - \frac{1}{2}(\beta_2 + \lambda\beta_3)w'^2 + \frac{1}{2}\beta_2\xi w'^2] d\xi; \\ \Pi_4 = & \int_0^l [w''^2 w'^2 - \frac{1}{8}(\beta_2 + \lambda\beta_3)w'^4 + \frac{1}{8}\beta_2\xi w'^4] d\xi; \\ \Pi_m = & \beta_1 \int_0^l w d\xi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

分别为泛函 Π 的二阶变分、四阶变分和 m 阶次项的余项。

2.2 临界载荷及屈曲路径性态

对于图1所示的顺层边坡岩体结构力学模型,取符合其几何边界条件的变形模态为

$$w_1 = \frac{1}{2} \frac{a_m}{l} (1 - \cos 2\pi \xi) \quad (6)$$

式中 a_m 为变形模态幅值。

当边坡处于临界平衡状态时,对于任意的 a_m 值,泛函的二阶变分应等于零,则由式(4),(6)可得临界载荷为

$$P_{\bar{y}} = P_k = \frac{4\pi^2 EI}{l^2(1-\mu^2)} - \frac{l}{2} q \sin \alpha \quad (7)$$

由于式(4)中没有三阶变分项,因此,由确定临界状态稳定性的 Π_4 恒大于零知,在给定的变形模态下屈曲路径平衡稳定。

2.3 变形模态幅值及后屈曲性态

在对结构进行后屈曲性态分析时,需将位能增量泛函 Π 及其展开式中的每一项都视为与载荷因子 λ 有关的项。对于一级近似,仅在能量的二次变分中考虑与 λ 有关的项是充分的^[2]。于是,对于任意位移场,考虑 Π_m 影响时的屈曲模态可表示为幅值 a_m 的简单代数函数:

$$F(a_m, \lambda) = (\lambda - \lambda_1) F'_2(a_m) + \Pi_4 + \Pi_m \quad (8)$$

式中 λ_1 为临界载荷因子; $F'_2(a_m) = \partial \Pi_2(w_1, \lambda) / \partial \lambda$ 。式(8)是近似的,但它是分叉点附近能量渐近展开式中的主要项。由 $F'_2(a_m)$ 的表达式及式(4),(6)可得

$$\begin{aligned} F(a_m, \lambda) = & \frac{\pi^6 a_m^4}{8l^4} - (\lambda - \lambda_1) P_k \frac{\pi^2(1-\mu^2)}{2EI} a_m^2 + \\ & \frac{l^2 q \cos \alpha (1-\mu^2)}{EI} a_m \end{aligned} \quad (9)$$

于是,在分叉点附近邻域内的平衡构形由作为幅值 a_m 的函数 $F(a_m, \lambda)$ 的驻值所确定,当这些驻值为本征最小时,平衡构形才是稳定的。利用驻值定理 $\partial F(a_m, \lambda) / \partial a_m = 0$, 得到平衡稳定模态幅值 a_m 的方程:

$$a_m^3 + D_1 a_m + D_2 = 0 \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 = & \frac{2l^4(1-\mu^2)}{\pi^4 EI} (\lambda_1 P_k - P); \\ D_2 = & \frac{2l^6 q \cos \alpha (1-\mu^2)}{\pi^6 EI} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当 $P < P_k$ 时, D_1 恒为一虚值,岩体结构保持正直的基本状态;当 $P > P_k$ 时, D_1 恒为负值。式(10)亦表示了模态幅值 a_m 与载荷 P , P_k 及边坡已脱离底层长度 l 间的关系。当 $\lambda = \lambda_1$ 时,使幅值 a_m 减少为

零的变形路径是真正的后屈曲平衡路径。

3 边坡岩体的后屈曲模态幅值

3.1 平衡分叉点附近的邻域及后屈曲模态幅值

岩土工程中的边坡屈曲,并不意味着其承载能力的丧失,而只是岩体结构稳定性发生改变的分叉特征,通常结构屈曲后其仍有一定的承载能力。根据式(10)可得以平衡稳定模态幅值 a_m 为状态变量,以 D_1, D_2 为控制变量的分叉集方程

$$4D_1^3 + 27D_2^2 = 0 \quad (12)$$

将 D_1, D_2 代入式(12),得跨越分叉点后的载荷增量

$$P - \lambda_1 P_k = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{q^2 \cos^2 \alpha EI}{1 - \mu^2}} \quad (13)$$

根据几何边界条件,取载荷参量的最小值 $\lambda_1 = 1$,可得以载荷形式给出的分叉点附近的领域。

针对边坡的实际情况,当 $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ 时,由式(10),(13)可得单面约束下符合边坡实际情形的后屈曲模态幅值:

$$a_m = (-D_1/3)^{1/2} \quad (14)$$

当 $P - \lambda_1 P_k > \frac{3}{2} \sqrt{\frac{q^2 \cos^2 \alpha EI}{1 - \mu^2}}$ 时,由式(10)可得

$$a_m < (-D_1/3)^{1/2} \quad (15)$$

式(15)表明,随着边坡的应力调整及应力分异作用,坡脚附近的最大剪应力显著地增大,坡体沿着早期发育的结构面而产生流变变形,流变变形以剪切破裂-裂缝张裂扩展-剪切破坏的方式进行,边坡脱离底层的长度随坡脚处开裂长度的增加而增加,致使变形模态幅值 a_m 减小。因此,式(13)既表示了平衡构形附近的邻域,亦是层状边坡坡脚剪切滑动的判据。

特别是对于直立边坡,或不考虑自重沿垂直岩层方向分力所产生的影响,则由式(10)直接得

$$a_m = \pm(-D_1)^{1/2} \quad (16)$$

3.2 边坡溃屈的极限长度及后屈曲模态幅值极值

根据层状边坡模态幅值的特征及岩体结构渐近性破坏的机理^[3],边坡屈曲后,在上部产生滑动位移的同时,亦伴随着坡脚处的开裂,因此,变形模态幅值 $a_m = a_m(P, P_k, \Delta, l)$ 为 $P(l_0), P_k(l), \Delta(l)$ 和 l 的函数。如果给定边坡上部滑动段的长度 l_0 ,并考虑到临界载荷 P_k 及上部移动位移 Δ 与岩层脱离底层长度 l 之间的关系,则 a_m 仅与 l 有关,由式(14)知,当 $D_1 > 0$

时,系统为空状态;当 $D_1 < 0$ 时,分叉后的平衡路径为一条有极值的曲线。

$$\text{由 } \frac{\partial a_m}{\partial l} = \frac{\partial a_m}{\partial D_1} \frac{\partial D_1}{\partial l} = 0, \text{ 得:}$$

$$al^4 + bl^3 - cl = 0 \quad (17)$$

式中

$$a = \frac{5q \sin \alpha (1 - \mu^2)}{\pi^4 EI}; \quad b = \frac{8P(1 - \mu^2)}{\pi^4 EI}; \quad c = \frac{16}{\pi^2} \quad (18)$$

根据岩层屈曲的实际情况,可采用迭代法求出边坡后屈曲性态下使稳定变形模态幅值取极值的极限长度

$$l^* = \sqrt{\frac{c}{al^* + b}} \quad (19)$$

由式(14),(19)即可求得边坡模态幅值的极值 $(a_m)_{\max}$ 。边坡屈曲后,只有在脱离底层的极限长度内才可能以溃屈的形式发生破坏。

4 工程算例

位于雅砻江下游的霸王山标高达 1940 m,河边边坡坡脚标高为 1030 m,山高为 940 m。该边坡是由灯影灰岩组成的顺层边坡,边坡间夹有一层泥灰岩夹层,泥灰岩经层间错动后形成软弱夹层,边坡岩层的倾角 $\alpha = 40^\circ$,边坡的实际长度为 1462 m。灯影灰岩岩层较疏,其主要的物理力学等参数为:弹性模量 $E = 50\,000$ MPa,泊松比 $\mu = 0.25$,岩层重度 $\gamma = 2.7$ t/m³,结构面 $\varphi = 17^\circ$, $C = 0.04$ MPa,岩层上部可滑动段长度 $l_0 = 260$ m,岩层厚度 $h = 10$ m。夹层下为巨厚层灰岩,不可能产生深层滑动。该山坡曾发生过溃屈破坏^[4]。

将以上数据代入本文建立的公式,计算得到边坡的临界载荷为

$$P_k = \frac{4\pi^2 EI}{l^2(1 - \mu^2)} - \frac{l}{2} q \sin \alpha = 16\,890 \text{ (kN/m)}$$

边坡的单宽下滑力为

$$P = (\gamma h \sin \alpha - \gamma h \cos \alpha \tan \varphi - C) l_0 = 18\,300 \text{ (kN/m)}$$

式(19)中的 a, b, c 分别为

$$a = \frac{5q \sin \alpha (1 - \mu^2)}{\pi^4 EI} = 0.1977 \times 10^{-8} \text{ (m}^{-3}\text{)}$$

$$b = \frac{8P(1 - \mu^2)}{\pi^4 EI} = 33.81 \times 10^{-8} \text{ (m}^{-2}\text{)}$$

$$c = \frac{16}{\pi^2} = 1.621$$

因此,可求得边坡后屈曲性态下使稳定变形模

态幅值取极值的极限长度为

$$l^* = \sqrt{\frac{c}{al^* + b}} = 882.3 \text{ (m)}$$

控制变量为

$$D_1 = \frac{2l^{*4}(1-\mu^2)}{\pi^4 EI} (P_k - P) = -3941 \text{ (m}^2\text{)}$$

变形模态幅值的极值为

$$(a_m)_{\max} = (-D_1/3)^{1/2} = 36.24 \text{ (m)}$$

顺层边坡初始屈曲后, 在其分叉点附近和后屈曲阶段平衡稳定。随着边坡上部滑动段的下滑, 屈曲模态幅值在不断增大, 岩层处于大变形溃屈状态。算例表明, 针对工程实际中的岩体结构和岩层材料, 利用本文建立的有关公式, 以极限长度 l^* 或模态幅值极值 $(a_m)_{\max}$ 作为岩体边坡稳定性的位移判据, 更易于实现用现场量测位移预测岩土边坡工程稳定性的目的, 可使边坡位移理论的研究进一步工程化。

5 结 语

分叉点后屈曲是由于变形因素引起的结构几

何非稳定性问题, 极值点后屈曲是由于坡脚处材料非稳定性引起的结构物理非稳定性问题。研究表明, 顺层边坡岩体结构的后屈曲是一个由分叉点后屈曲性态到极值点后屈曲性态的转化过程。在这个过程中, 若 $a_m^2 + D_1/3 = 0$, 则结构处于分叉点后屈曲溃屈状态; 若 $a_m^2 + D_1/3 < 0$, 则结构处于极值点后屈曲剪切滑动状态。

参 考 文 献

- [1] 肖远. 用岩层梁代替岩层板分析顺层岩体边坡结构变形破坏的条件[A]. 第二届全国工程地质力学青年学术讨论会论文集[C], 北京: 地震出版社, 1992, 79—83.
- [2] 范钦珊. 初始后屈曲理论及其应用[A]. 材料和结构的不稳定性[C], 中国力学学会办公室, 等, 北京: 科学出版社, 1993, 55—69.
- [3] 程谦恭, 胡厚田, 彭建兵, 等. 高边坡岩体渐近性破坏粘弹塑性有限元数值模拟[J]. 工程地质学报, 2000, 8(1): 25—30.
- [4] 孙广忠. 岩体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1988.